

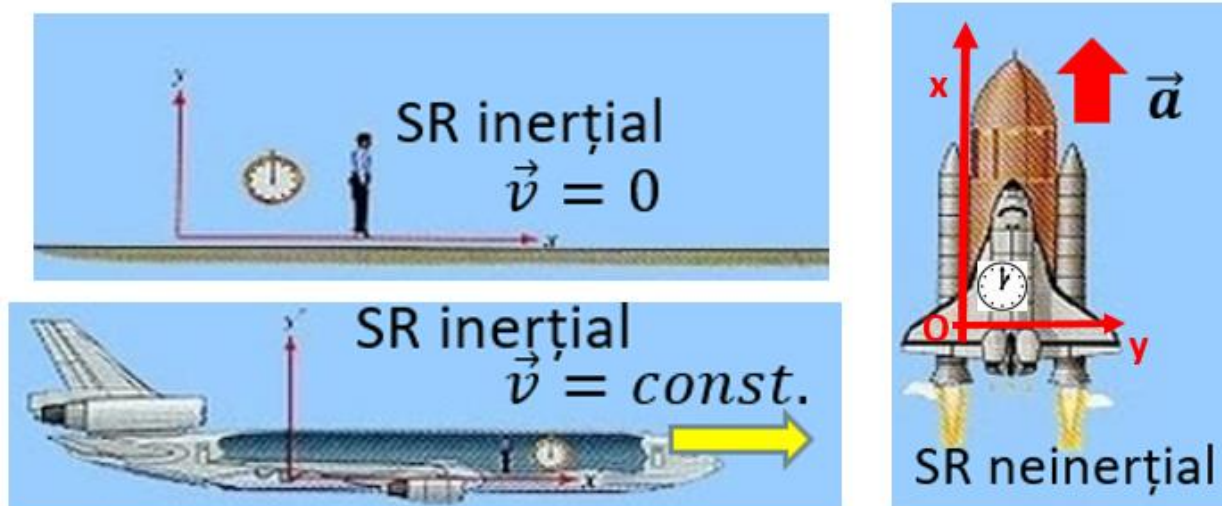
Analiza problemelor de mecanică în cazul sistemelor de referință neinertiale aflate în mișcare de translație cu accelerație constantă. (I)

Sistemele de referință aflate unele față de altele în repaus sau mișcare rectilinie uniformă se numesc **inertiale** - SRI. În asemenea sisteme de referință este valabil principiul inerției și legile mecanicii au cea mai simplă formă.

Sistemele de referință care au o accelerație diferită de zero se numesc **neinertiale** - SRNI.

În desenele de mai jos sunt prezentate exemple de SRI și SRNI. Pământul este de fapt un sistem de referință neinertial datorită mișcării sale complexe de rotație + revoluție, deși în multe probleme de mecanică aceste mișcări se neglijează și Pământul se consideră fix.

O clasă particulară de sisteme de referință neinertiale o alcătuiesc cele aflate în mișcare de translație cu accelerație constantă cum ar fi de exemplu o rachetă care urcă vertical cu $\vec{a} = const.$

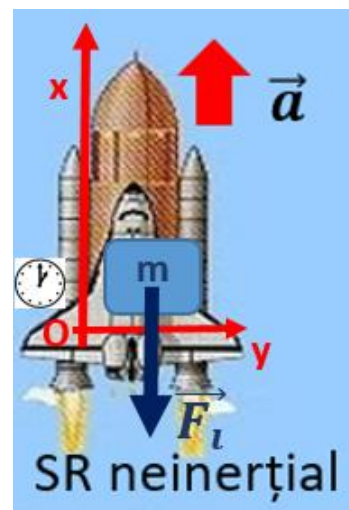


Diferența fundamentală care apare în analiza mișcării din punctul de vedere al unui observator aflat într-un SRNI este apariția unor forțe suplimentare numite **forțe de inerție** sau **forțe complementare**. **Aceste forțe nu sunt forțe reale în sensul că nu au cauze reale, nu apar ca rezultat al vreunei interacțiuni și nu respectă principiul III al mecanicii. În cazul forțelor reale acestea respectă întotdeauna principiul III al mecanicii în sensul că sunt întotdeauna perechi acțiune-reacțiune. Forțele de inerție nu respectă acest lucru. Sunt forțe fictive care trebuie introduse doar atunci când analizăm mișcarea din punctul de vedere al unui observator neinertial.**

Mai precis forțele de inerție sunt definite de relația,

$$\vec{F}_i = -m\vec{a},$$

unde m este masa corpului sau a sistemului analizat și \vec{a} este accelerația sistemului de referință. De exemplu dacă avem un corp de masă m în racheta care urcă accelerat cu \vec{a} și analizăm mișcarea acelui corp din punctul de vedere al unui observator legat de rachetă (SRNI) atunci în plus față de toate forțele



reale care acționează asupra lui m ca urmare a interacțiunilor reale cu alte corpuri trebuie considerată și forța de inerție care acționează în sens invers accelerației rachetei.

Accelerația rachetei e în sus, forța de inerție acționează în jos. De fapt toate obiectele par că sunt împinse în jos de această forță.

Intotdeauna când se studiază o problemă de mecanică trebuie precizat SR (sistemul de axe de coordonate) din punctul de vedere al căruia se analizează problema. De multe ori analiza se face din punctul de vedere al unui observator fix inerțial asociat cu Pământul de exemplu.

Uneori însă este mai simplu ca rezolvarea să se facă din punctul de vedere al unui observator neinerțial. Dacă se adoptă această abordare atunci acest fapt trebuie precizat clar și mai ales trebuie să cunoaștem modul de abordare corect al problemei.

Următoarele probleme sunt rezolvate atât din punctul de vedere al observatorului inerțial cât și din punctul de vedere al observatorului neinerțial. Rezultatele sunt identice indiferent ce metodă folosim.

Problema 1 - liftul

Un copil cu masa $m = 50\text{kg}$ se află pe un cântar într-un lift. În același lift un corp cu $m_1 = 4\text{kg}$ este agățat de un dinamometru. Cât indică cântarul respectiv dinamometrul dacă:

- Liftul urcă sau coboară uniform.
 - Liftul urcă cu $a = 2\text{m/s}^2$.
 - Liftul coboară cu $a = 2\text{m/s}^2$.
 - Se rupe cablul liftului (liftul cade cu accelerația gravitațională g). Se va considera $g = 10\text{m/s}^2$
- a) Avem în SR legat de lift (axa Ox') și un alt SR legat de Pământ (axa Ox). În acest caz ambele SR sunt inerțiale.

Să clarificăm mai întâi ce indică cântarul și ce indică dinamometrul.

Cântarul indică forța de apăsare normală exercitată de picioarele copilului asupra sa $-\vec{N}$, convertită în unități de masă (kg). Aceasta este egală (conform principiului III al mecanicii) cu forța normală exercitată de cântar asupra picioarelor copilului \vec{N} .

Dinamometrul indică forța exercitată de corpul suspendat asupra firului în care este intercalat numită tensiune în fir $-\vec{T}$. Aceasta este egală (conform principiului III al mecanicii) cu forța exercitată de fir asupra corpului suspendat \vec{T} .

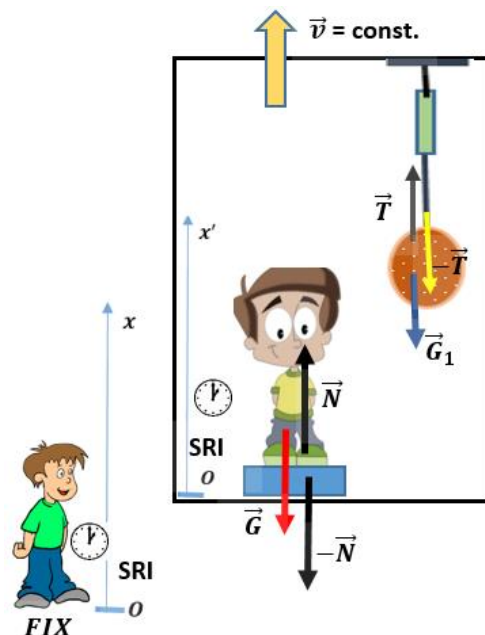
În această situație indiferent din ce SR rezolvăm problema lucrurile sunt perfect echivalente (SRI sunt echivalente – enunțul principiului relativității în mecanica clasică).

Pentru copilul de pe cântar:

$$N - G = 0, N = mg = 500\text{N}. \text{Cântarul va indica } 50\text{kg}.$$

Pentru corpul suspendat: $T - G_1 = 0, T = m_1g = 40\text{N}$

www.quarq.ro



b) Liftul urcă cu $a = 2m/s^2$.

Din punctul de vedere al SRI – legat de Pământ.

Pentru copil

$$N - G = ma, \quad N = m(a + g) = 600N$$

Indicația cântarului va fi $N = m'g, m' = \frac{N}{g} = 60kg$

Pentru corpul suspendat

$$T - G_1 = m_1a, \quad T = m_1(a + g) = 48N$$

Din punctul de vedere al SRNI – legat de lift.

Si asupra copilului și asupra corpului suspendat se introduc forțele de inerție (complementare) suplimentar față de cele reale.

Față de lift copilul este în repaus, la fel corpul suspendat.

Copilul

$$N - G - F_i = 0$$

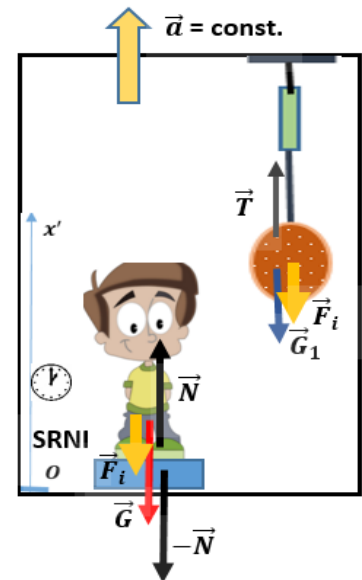
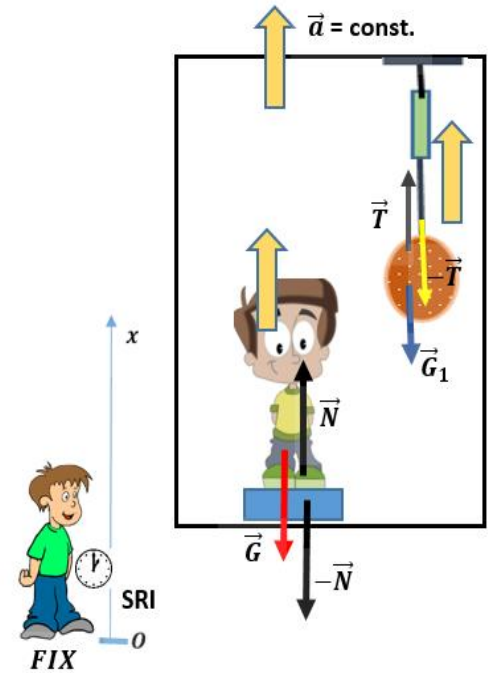
$$N = G + F_i = m(a + g) = 600N$$

$$m' = \frac{N}{g} = 60kg$$

Corpul suspendat

$$T - G_1 - F_i = 0$$

$$T = m_1(a + g) = 48N$$



c) Liftul coboară cu $a = 2m/s^2$.

Din punctul de vedere al SRI – legat de Pământ.

Copilul și corpul suspendat coboară accelerat.

Pentru copil

$$N - G = -ma, \quad N = m(g - a) = 400N$$

Indicația cântarului va fi $N = m''g, m'' = \frac{N}{g} = 40kg$

Pentru corpul suspendat

$$T - G_1 = -m_1a, \quad T = m_1(g - a) = 32N$$

Din punctul de vedere al SRNI – legat de lift.

Apare forța de inerție orientată în sens invers accelerației liftului. Față de lift și copilul și corpul suspendat sunt în repaus.

Copilul

$$N + F_i - G = 0$$

$$N = G - F_i = m(g - a) = 400N$$

$$m'' = \frac{N}{g} = 40kg$$

Corpul suspendat

$$T + F_i - G_1 = 0$$

$$T = m_1(g - a) = 32N$$

d) Se rupe cablul liftului (liftul cade cu accelerația gravitațională g).

În relațiile de la punctul precedent $a = g, \vec{F}_i = -m\vec{g}$

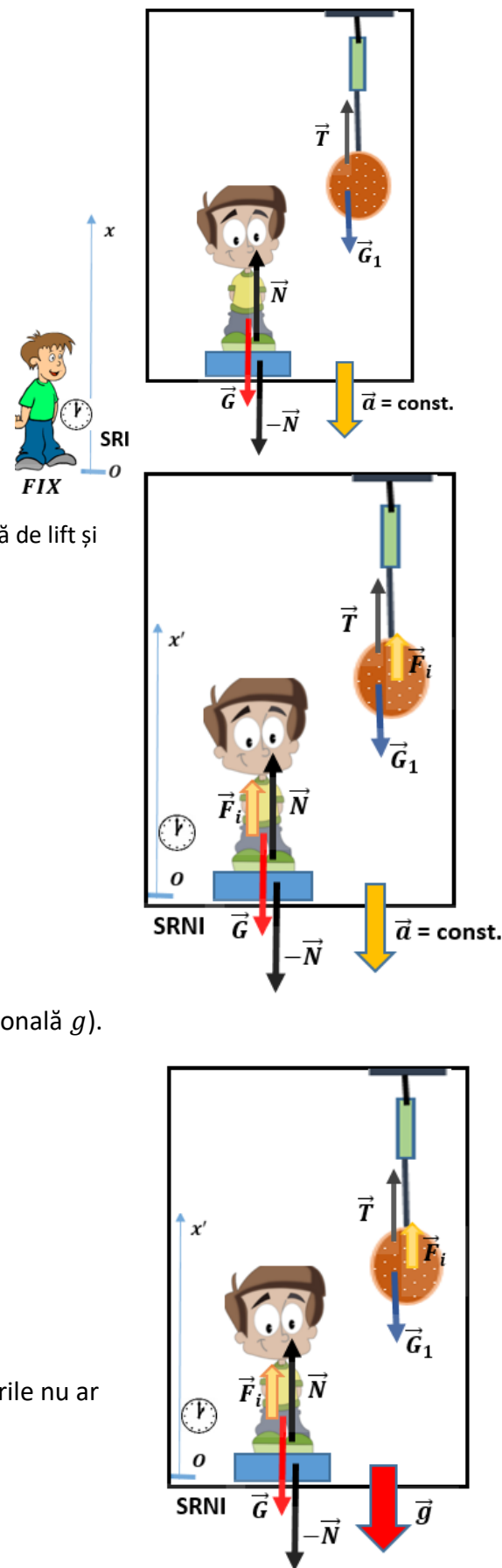
Copil

$$N = G - F_i = m(g - g) = 0 N$$

Corpul suspendat

$$T = m_1(g - g) = 0 N$$

Această stare se numește imponderabilitate. E ca și când corpurile nu ar avea greutate (nu ar exista forță de atracție gravitațională).

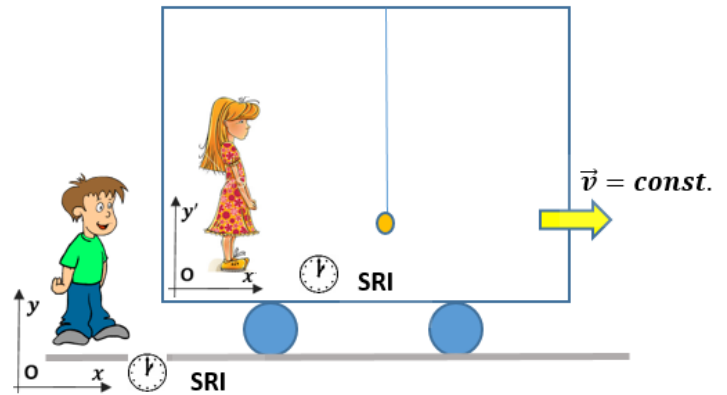


Problema 2 – pendulul în mașină

Un pendul gravitațional este suspendat de tavanul unui camion. Camionul se mișcă a) cu viteză constantă., b) accelerează cu $a = 2m/s^2$, c) frânează cu $a = \frac{2m}{s^2}$. Explicați ce se întâmplă cu pendulul.

a) Cazul mișcării cu $\vec{v} = const.$

Pendulul rămâne în poziție verticală indiferent dacă camionul este în repaus sau în mișcare cu viteză constantă. Atât SR legat de camion cât și cel legat de Pământ cunt inerțiale.



b) Cazul mișcării accelerate cu $a = 2m/s^2$

Pendulul va devia spre stânga, în sens invers accelerației, și se va stabili la un unghi α față de verticală. Sau altfel, pendulul tinde să își păstreze starea de repaus și rămâne în urma camionului.

Din punctul de vedere al SRI – legat de Pământ.

Pendulul are o mișcare accelerată cu aceeași accelerație ca și camionul. Se poate afla unghiul după care deviază pendulul.

$$Ox: T_x = ma, T \sin \alpha = ma$$

$$Oy: T_y = mg, T \cos \alpha = mg$$

$$tg \alpha = \frac{a}{g}$$

Din punctul de vedere al SRNI – legat de camion

Pendulul este acționat în plus de forța de inerție

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}$$

și este în repaus față de observatorul din camion. Deci pentru observatorul neinertial avem o problemă de echilibru.

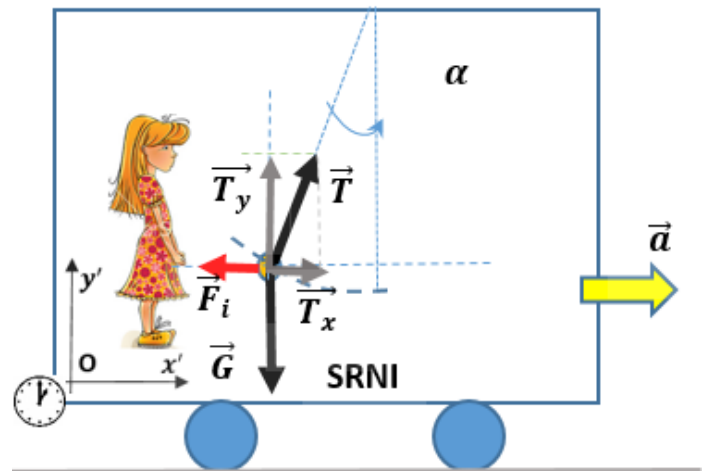
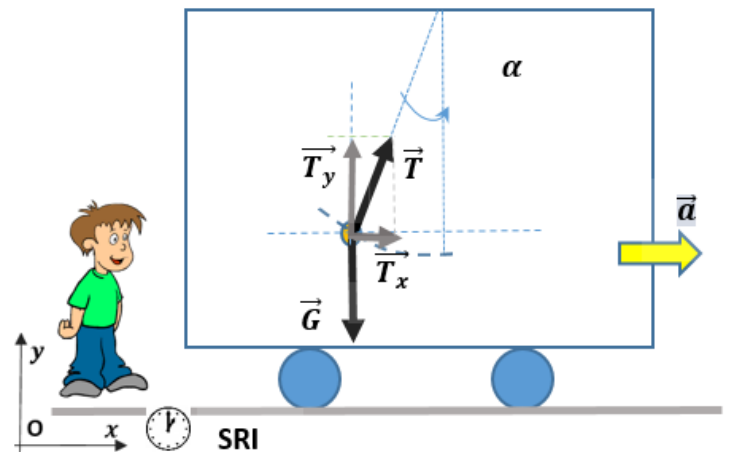
$$\vec{F}_i + \vec{G} + \vec{T} = 0$$

Sau:

$$Ox: T_x - F_i = 0, \quad T \sin \alpha = ma$$

$$Oy: T_y - G = 0, \quad T \cos \alpha = mg$$

$$\text{Adică: } tg \alpha = \frac{a}{g}$$



c) Cazul frânării cu $a = 2m/s^2$ (sau are accelerație negativă).

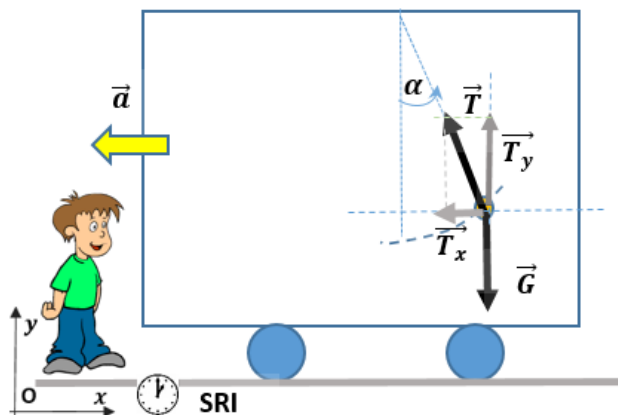
Din punctul de vedere al SRI – legat de Pământ

Pendulul deviază în sens invers accelerației camionului și față de Pământ are o mișcare cu aceeași accelerație ca și camionul. Sau altfel, când camionul frânează pendulul tinde să își păstreze starea și o ia înaintea camionului. Unghiul după care deviază pendulul se află similar cu punctul precedent.

$$Ox: -T_x = -ma, T \sin \alpha = ma$$

$$Oy: T_y = mg, T \cos \alpha = mg$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$$



Din punctul de vedere al SRNI – legat de camion

Pendulul este acționat în plus de forța de inerție

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}$$

și este în repaus față de observatorul din camion. Deci pentru observatorul neinertțial avem o problemă de echilibru.

$$\vec{F}_i + \vec{G} + \vec{T} = 0$$

În rest este similar cu punctul precedent. Unghiul de deviație e același dar este de cealaltă parte a verticalei.

